

Keverék-eloszlások kezelése

Kemény Sándor, Pusztai Éva

Amire használni akarjuk: folyamatképesség, mérőrendszer-képesség

A valószínűségek érdekelnek, ha folyamatképességről beszélünk, de...
Egyszerűsíti az életet az indexek használata, de a célt (a folyamatok jellemzése és javítása) nem szabad szem elől tévesztenünk.

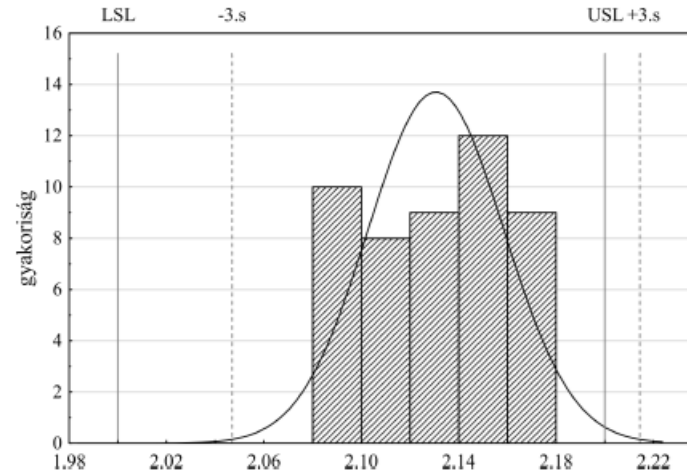
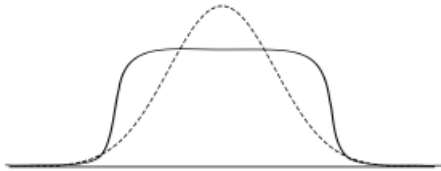
A $C_P = \frac{USL-LSL}{6\sigma}$ akkor használható teljes lelki nyugalommal, ha:

- a folyamat stabil;
- a vizsgált minőségi jellemző normális eloszlású valószínűségi változó;
- a folyamatban egy ingadozásforrás van jelen (pl. a darabok közötti eltérésekből);
- a minőségi jellemző várható értéke (μ) megegyezik a célértékkel (T) (C_{PK}).

A P_P -re vonatkozó feltételezések:

- a folyamat kimeneti eloszlását úgy kezeljük, mintha egyetlen normális eloszlásunk lenne adott várható értékkel és a σ_{LT}^2 varianciával;
- gyakorlatilag úgy teszünk, mintha egyetlen normális eloszlásról lenne szó;
- több ingadozásforrást egyetlen variancia-komponensbe sűrítünk össze;
- a minőségi jellemző várható értéke (μ) megegyezik a célértékkel (T), vagyis a folyamat jól centrált (P_{PK}).

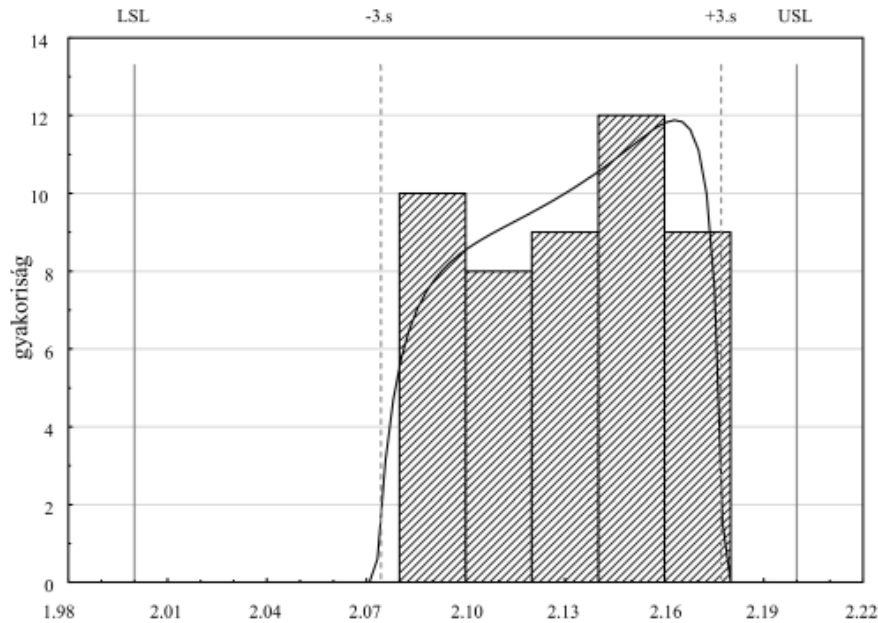
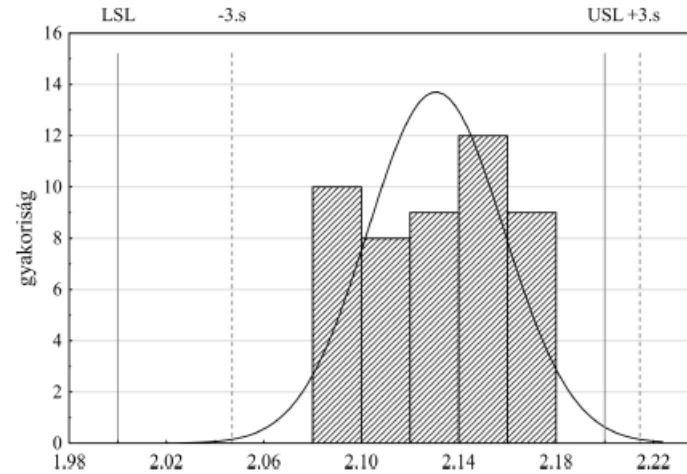
Szeretjük, ha normális az eloszlás



Szeretik normálissá transzformálni, mert akkor jól számolhatunk



Másik lehetőség: empirikus eloszlás



Statisztikai tartományok

Konfidencia-tartomány a sokaság paraméterére
a paraméter e tartományban van adott (pl. 95%)
valószínűséggel

Tolerancia-tartomány: a sokaság elemei adott (pl. 95%)
valószínűséggel ebben a tartományban vannak, innen van a
6-os szorzó

A Tolerance név használata zavart okoz.

Van egyfelől a tűrésmező, másfelől a tolerancia-tartomány.

- a tűrésmező a specifikációs tartomány (USL-LSL),
- a tolerancia-tartomány a tartomány, amelyben a sokaság nagy része nagy valószínűséggel benne van.

Sajnos angolul mindkettőnek a neve tolerance.

A tartományok szélességének számításához becsülni kell a sokaság paramétereit.

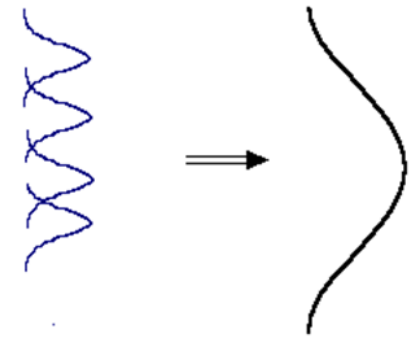
Csel az ún. nagymintás közelítés. Ez nem azt jelenti, hogy nagy a mintánk, hanem azt jelenti, hogy a nem túl nagy mintából becsült eloszlás-paramétereket helyettesítjük a sokaságra (mintha nagy mintánk lenne). Ez a közelítés annál jobb, minél nagyobb a minta.

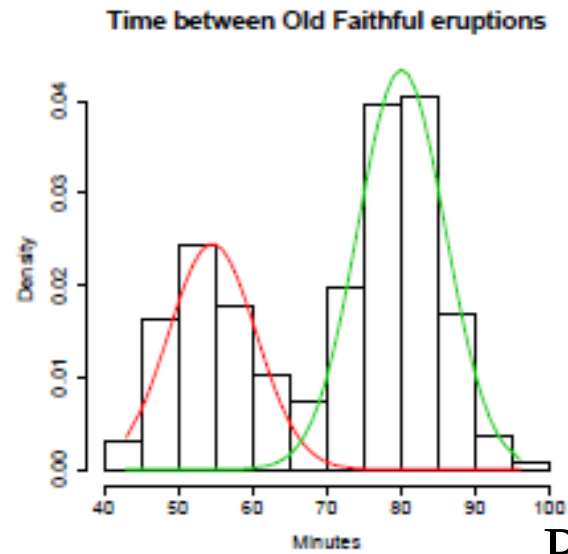
1. példa

8 fejű töltőgép adagolja a mustárt üvegekbe.

A 8 fejről vett 1-1 minta nem egy 8 elemű minta, 8 különböző sokaság, ha együtt nézzük, keverék-eloszlás.

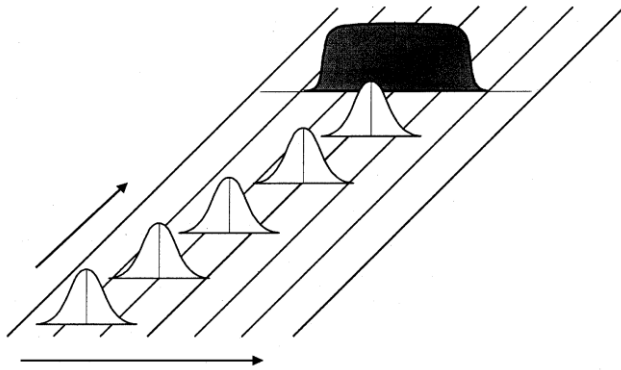
minta	FEJ1	FEJ2	FEJ3	FEJ4	FEJ5	FEJ6	FEJ7	FEJ8
1	378	375	367	370	384	372	372	371
2	376	372	362	367	383	373	370	379
3	372	385	373	372	386	380	374	376
4	379	375	370	371	385	380	374	375
5	374	373	362	380	383	372	370	368
6	352	371	366	370	385	371	377	378
7	370	377	370	374	385	380	370	370
8	377	379	367	370	385	372	367	372
9	370	380	367	373	383	369	373	371
10	369	374	366	375	383	370	379	369
11	373	376	374	373	388	372	371	378
12	375	380	371	377	388	368	376	371
13	380	375	374	376	386	380	376	370
14	372	373	375	383	387	378	375	376
15	380	375	370	374	386	368	373	376
16	379	372	373	372	386	378	368	374
17	372	376	369	373	388	381	376	371
18	368	372	372	375	387	380	380	375
19	372	370	370	375	386	379	375	371
20	371	375	383	383	380	379	377	382
21	370	376	380	376	386	374	375	380
22	376	373	368	374	386	370	375	380
23	372	373	372	379	385	381	380	375
24	375	372	369	370	386	372	379	375
25	383	380	369	370	386	375	375	373





Pearson (1894)

Belső és output (bruttó) eloszlás



$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$$

az α lehet rögzített vagy véletlen

Véletlen jellegűnek akkor tekintünk egy faktort, ha egy elképzelt következő kísérletnél nem tudjuk vagy nem akarjuk beállítani a szintjeit. Akkor nem tudjuk beállítani egy faktor szintjeit, ha a szintek egy eloszlásból véletlenszerűen választott értékek. Akkor nem akarjuk beállítani egy faktor szintjeit, ha az elvégzett kísérleteknél ugyan beállítottuk, de a kérdésünk arra vonatkozik, hogy egy következő kísérletnél már ezt nem tehetjük meg. Például ez áll elő, ha néhány operátorral végeztük a kísérleteket, de a következő (akár csak elképzelt) kísérleteknél olyan operátorok is szóba jöhetnek (róluk is érdeklődünk), akik a korábbi kísérleteknél nem szerepeltek, és nem is tudunk róluk semmit.

Rögzített jellegűnek akkor tekintünk egy faktort, ha egy elképzelt következő kísérletnél be tudjuk és be akarjuk állítani a szintjeit. Ez itt azt jelenti, hogy konkrét (névvel megnevezett) operátorokról van szó, és egy következő kísérletnél ugyanezeket az operátorokat vennénk igénybe. A statisztikai kérdés itt az, hogy van-e az operátorok között különbség, tipikusan, hogy a várható értékeik között van-e különbség.

Használhatjuk a rögzített faktor modelljét akkor is, ha a kísérletek szempontjából ez nem lenne indokolt, de előnyös, ha az operátor faktornak kevés szintje van. Ekkor gondolnunk kell arra, hogy a rögzített és véletlen faktor esetén nem pontosan ugyanazt kérdezzük.

Mérőrendszer képességvizsgálata (R&R elemzés)

A vizsgálat célja annak megállapítása, hogy a használt mérőeszköz elég kis hibával használható-e ahhoz, hogy vele a folyamatról információt szerezzünk.

Mérések

(intervallum- és arányos skála: $^{\circ}\text{C}$, kg, N)

Minősítés

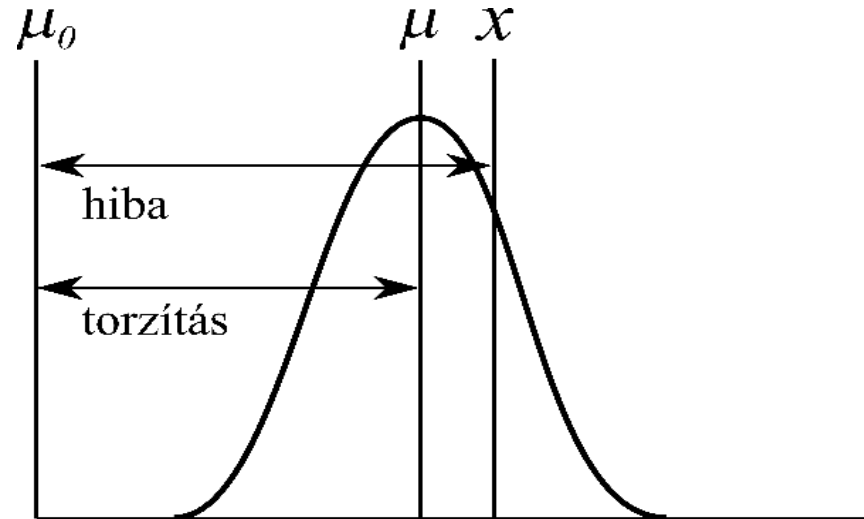
(névleges és sorrendi skála: jó/nem jó, fokozat)

Mérési eset

torzítás (bias)/torzítatlanság

ingadozás (R&R)

- a mérőeszközzel való mérés ismételhetősége,
- a különböző személyek általi reprodukálhatósága
- hogyan viszonylik a mérendő objektumok közötti különbségekhez,
- egyúttal becslést is adunk az eltérés-összetevők varianciájára

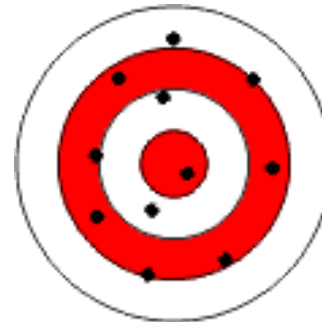


Felbontóképesség

precíz,
kis szórású

nem precíz,
nagy szórású

torzítatlan
(pontos)



torzított
(nem pontos)

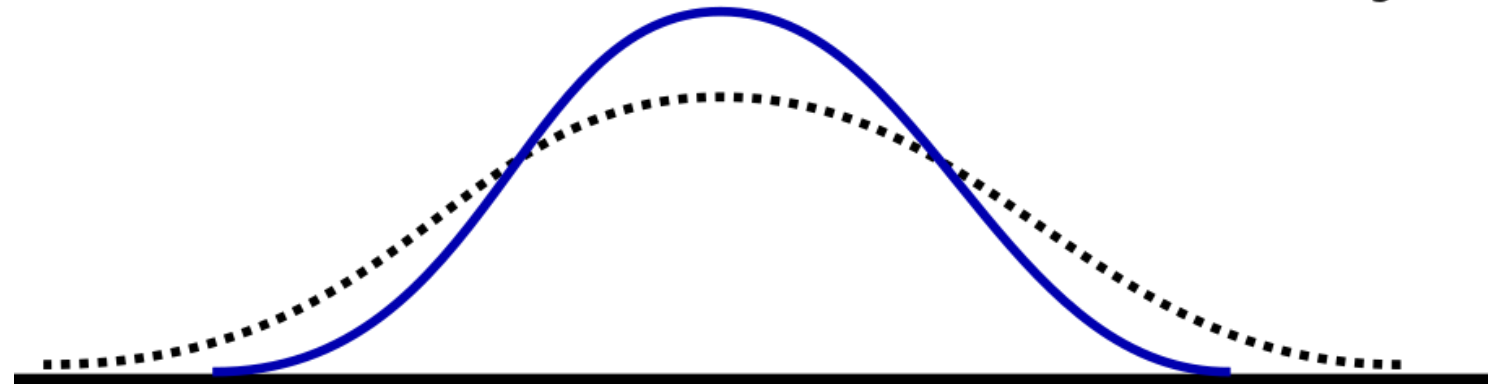


Ingadozás (R&R) AIAG Guideline



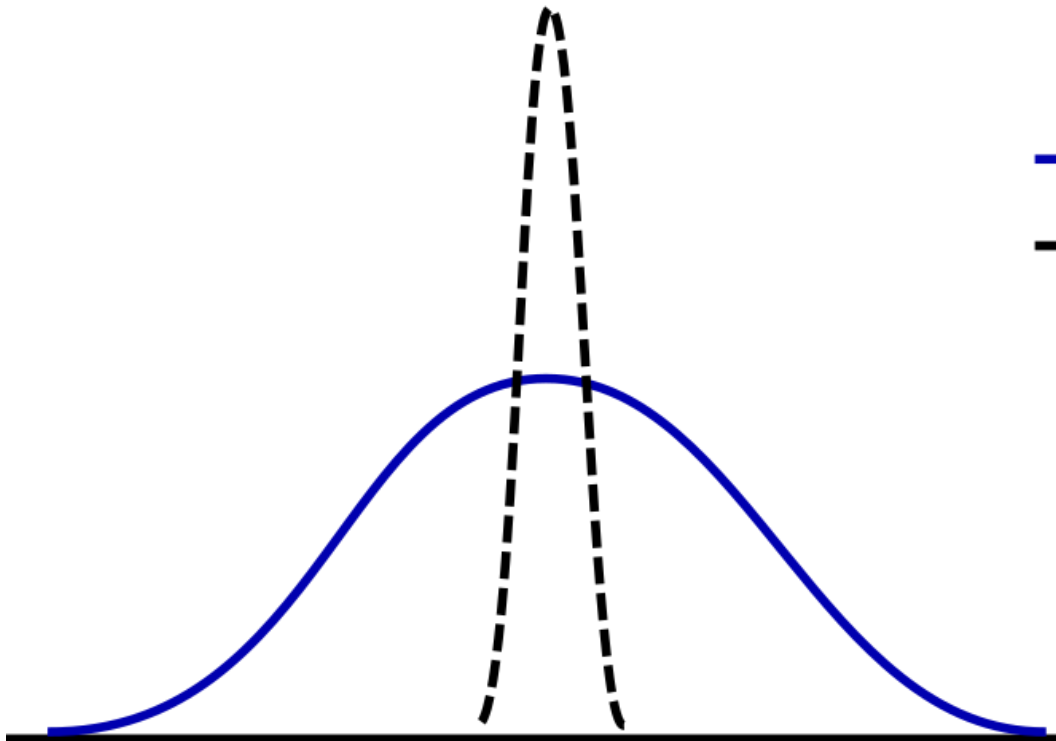
— A folyamat ingadozása

.. Mérőrendszer ingadozása



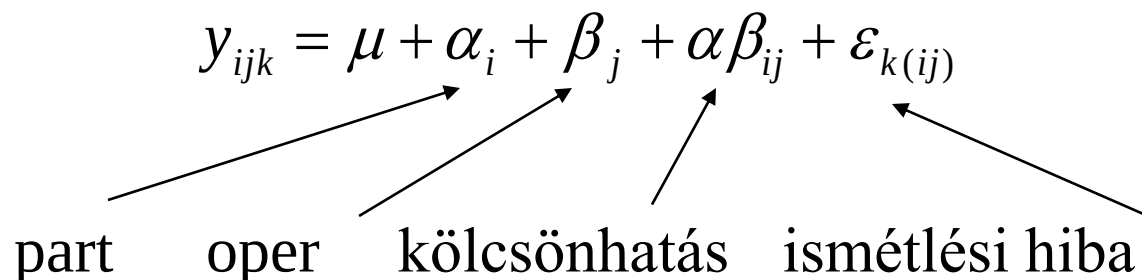
— A folyamat ingadozása

— Mérőrendszer ingadozása



Kereszt-osztályozás két véletlen faktor szerint

Modell

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{k(ij)}$$


part oper kölcsönhatás ismétlési hiba

$$\alpha_i \sim N(0, \sigma_A^2)$$

$$\beta_j \sim N(0, \sigma_B^2)$$

$$\alpha\beta_{ij} \sim N(0, \sigma_{AB}^2)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma_e^2)$$

függetlenek!

$i=1, \dots, r; \quad j=1, \dots, q; \quad k=1, \dots, p$ (ismétlés)

Ha a függetlenség és normális eloszlás (és azonos variancia) nem teljesül, a következtetések nem lesznek érvényesek.

A különböző alkatrészekre (darabokra) kapott mérési eredmények ingadozásának varianciája:

$$\sigma_{teljes}^2 = \sigma_{alkatrész}^2 + \sigma_{mérés}^2 \quad \text{alkatrész (darab)}$$

A mérésnek tulajdonítható ingadozás:

$$\sigma_{mérés}^2 = \sigma_{reprod}^2 + \sigma_{ism}^2$$

A reprodukálhatósági variancia:

$$\sigma_{reprod}^2 = \sigma_{kezelő}^2 + \sigma_{alkatrész*kezelő}^2 \quad \text{alkatrész (darab)}$$

Az elemzéshez szükséges mérések

Kiválasztunk véletlenszerűen a mérendő darabok (alkatrészek) közül valahányat (pl. 10), mindegyiket több (pl. 5) kezelő (operátor) többször (pl. háromszor) megméri.

Eredmények:

- A variancia-komponenseket a teljes ingadozás varianciájához viszonyítjuk (P/V precision to variation)

$$\frac{P}{V} = \frac{\hat{\sigma}_{R\&R}}{\hat{\sigma}_{\text{total}}}.$$

- A C_p folyamatképességi index analógiájára a variancia-komponenseknek megfelelő ingadozási tartományok szélességét viszonyítjuk a tűrésmező szélességéhez (P/T precision to tolerance). Újabban a 99.73 %-os ($\pm 3\sigma$ szélességű) intervallum van a számlálóban:

$$\frac{P}{T} = \frac{6\hat{\sigma}_{R\&R}}{USL - LSL}.$$

Eredmények:

$$\begin{aligned} P/V \text{ (precision to variation)} & \quad \frac{P}{V} = \frac{\hat{\sigma}_{\text{R\&R}}}{\hat{\sigma}_{\text{total}}} \\ P/T \text{ (precision to tolerance)} & \quad \frac{P}{T} = \frac{6\hat{\sigma}_{\text{R\&R}}}{USL - LSL} \end{aligned}$$

99.73 %-os intervallum

$$\text{megkülönböztethető kategóriák száma} \quad \frac{\hat{\sigma}_{\text{part}}}{\hat{\sigma}_{\text{R\&R}}} \sqrt{2}$$

lefelé egészre kerekítve

A mérőrendszer alkalmasságát két felhasználási szempont szerint értékeljük:

- Alkalmas-e a mérőrendszer a folyamat szórásának számszerűsítésére. Erre azért van szükségünk, mert a folyamatainkat akarjuk javítani, az ingadozások csökkentésével (*process control*).
- Alkalmas-e a mérőrendszer arra, hogy velük a darabok megfelelőségéről döntést hozzunk (*product control*).

Az első szempont (*process control, P/V*) szerint azt kell néznünk, hogy a folyamat ingadozásához képest a mérés bizonytalansága elhanyagolható-e, másként fogalmazva a teljes ingadozásnak mekkora részéért felelős a mérőrendszer bizonytalansága.

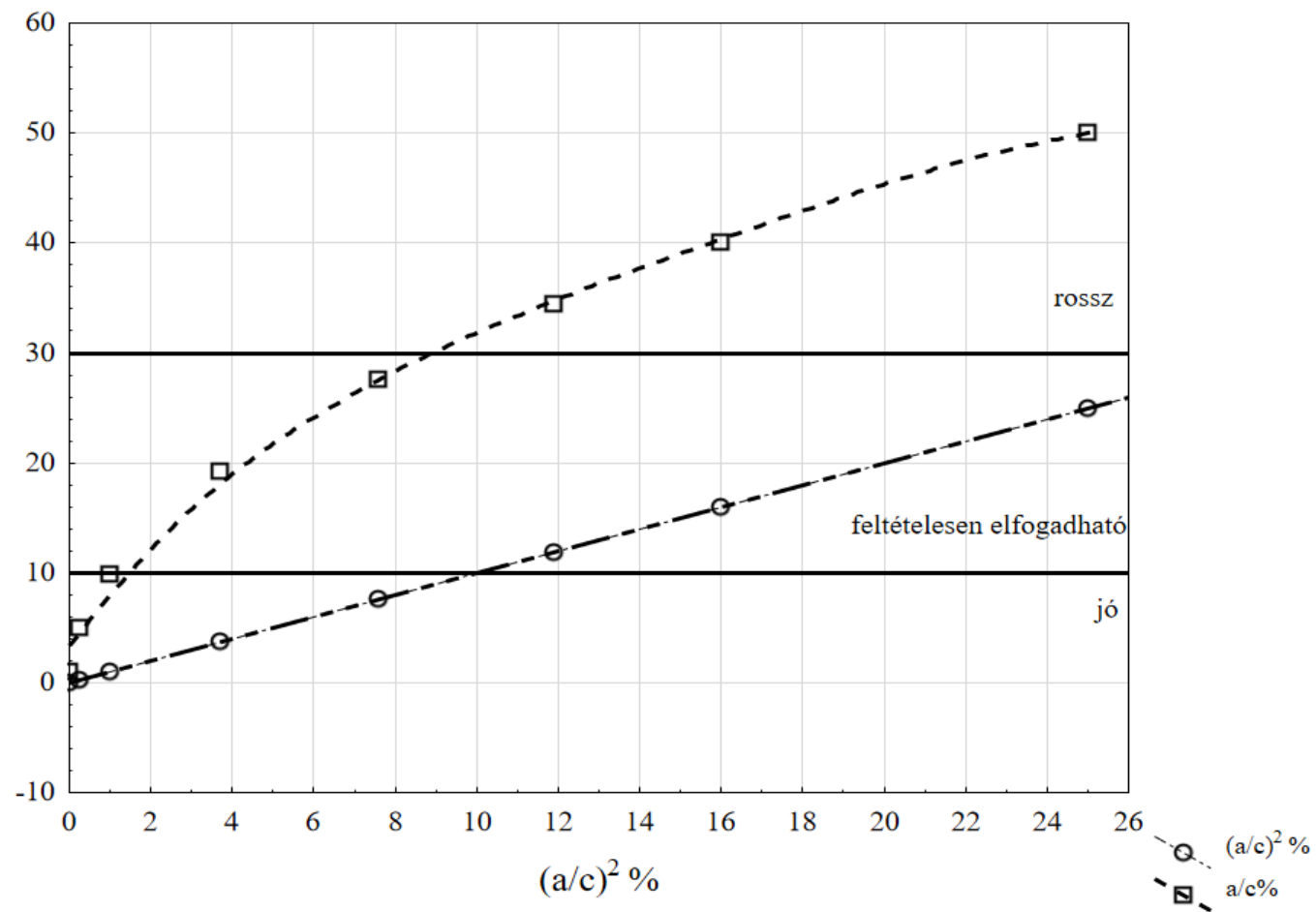
Kis kitérő: Ezt a „mekkora részt” kétféleképpen közelíthetjük meg:

- a szórások (négyzetgyök varianciák) számításával vagy
- a szórásnégyzetek (varianciák) számításával.

Ezek nem ugyanazt az eredményt adják

A szórásnégyzeteken alapuló összehasonlítás statisztikailag megalapozott, a szórásokon alapuló rossz, de pillanatnyilag **az AIAG az utóbbit (a helytelent) írja elő.**

A második szempont (*product control, P/T*) szerint azt kell néznünk, hogy a tűrésmező (*USL-LSL*) szélessége hogyan viszonyul a mérés bizonytalanságához.



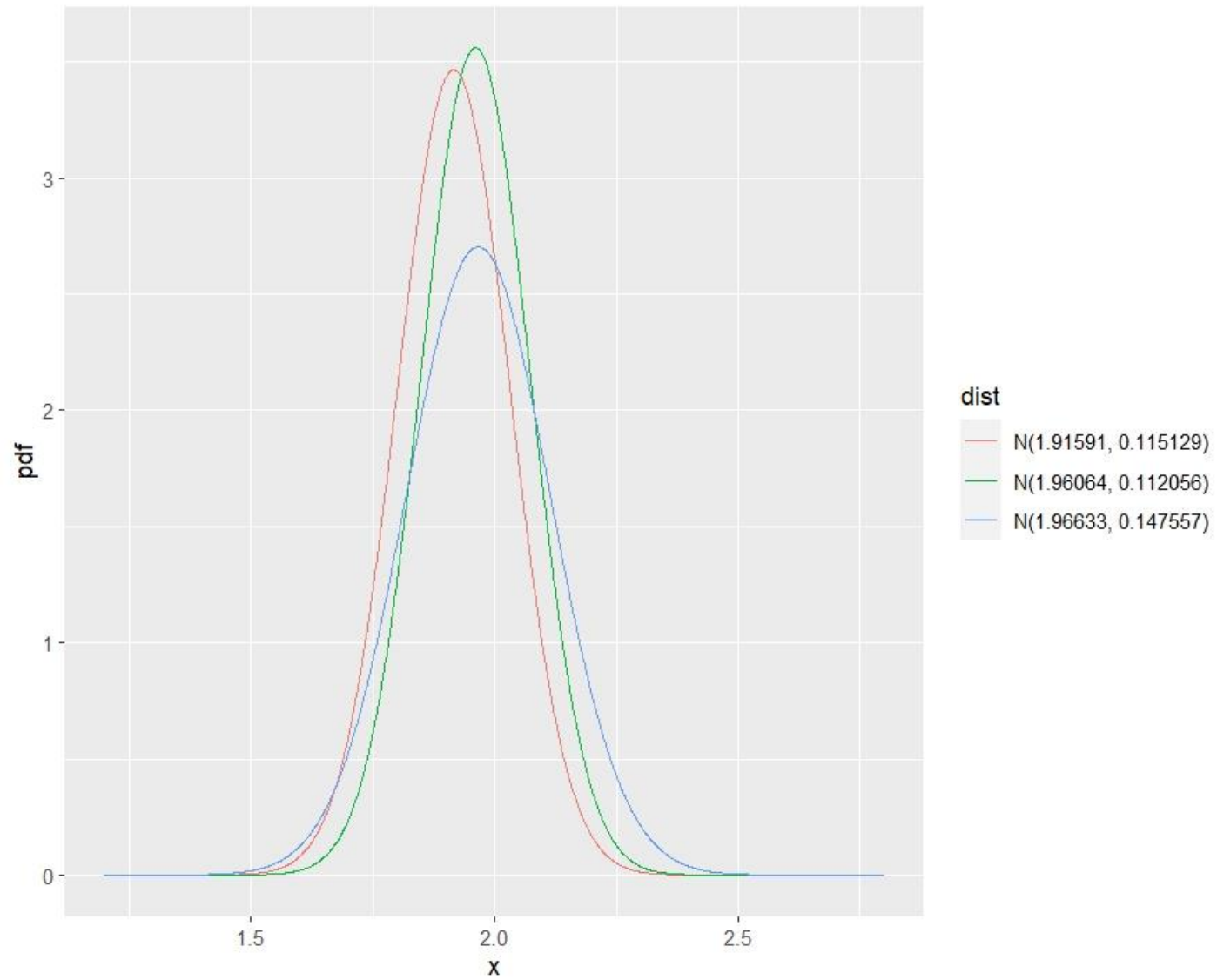
Statisztikai tartományok

Konfidencia-tartomány a sokaság paraméterére
a paraméter e tartományban van adott (pl. 95%)
valószínűséggel

Tolerancia-tartomány: a sokaság elemei adott (pl. 95%)
valószínűséggel ebben a tartományban vannak,
 β -content

2. példa Fólia abszorpciója

	920	921	922
Number of Cases	25	25	25
Mean	1.91591	1.96633	1.96064
Sigma	.115129	.147557	.112056
Lower Specification Limit	1.2	1.2	1.2
Nominal Specification			
Upper Specification Limit	8.0	8.0	8.0
Confidence Level	95.0%	95.0%	95.0%
% of Population Included	99.73%	99.73%	99.73%
Lower Interval Limit	1.45214	1.37192	1.50924
Upper Interval Limit	2.37969	2.56074	2.41204



Nested Gage R&R

3. példa

3 operátor mindegyike mért 5 darabot kétszer-kétszer, összesen 30 mérést végezve.

Minden operátor másik 5 darabot mért.

A feladat a mérőrendszer képességének elemzése, a tűrésmező szélessége 10 egység.

Gagenest.mtw (a Minitab példája)

Miért „nested”?

Gage R&R Study (Nested) - Options

Study variation: (number of star

Process tolerance

☐ Enter at least one specification limit

Lower spec:

Upper spec:

☒ Upper spec - Lower spec:

Gage R&R Study - Nested ANOVA

Gage R&R (Nested) for Response

Source	DF	SS	MS	F	P
Operator	2	0.0142	0.00708	0.00385	0.996
Part (Operator)	12	22.0552	1.83794	1.42549	0.255
Repeatability	15	19.3400	1.28933		
Total	29	41.4094			

Gage R&R

Source	VarComp	%Contribution (of VarComp)
Total Gage R&R	1.28933	82.46
Repeatability	1.28933	82.46
Reproducibility	0.00000	0.00
Part-To-Part	0.27430	17.54
Total Variation	1.56364	100.00



értelmetlen

Process tolerance = 10

Source	StdDev (SD)	Study Var (6 * SD)	%Study Var (%SV)	%Tolerance (SV/Toler)
Total Gage R&R	1.13549	6.81293	90.81	68.13
Repeatability	1.13549	6.81293	90.81	68.13
Reproducibility	0.00000	0.00000	0.00	0.00
Part-To-Part	0.52374	3.14243	41.88	31.42
Total Variation	1.25045	7.50273	100.00	75.03

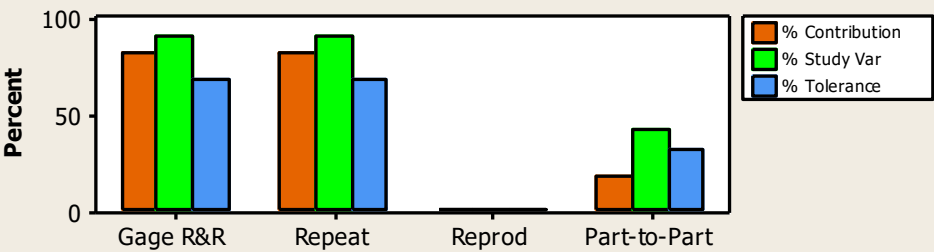


Gage R&R (Nested) for Response

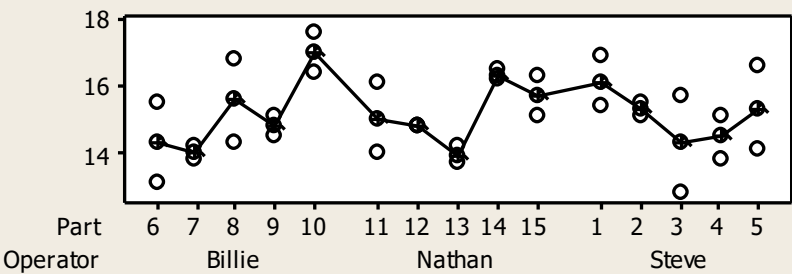
Gage name:
Date of study :

Reported by :
Tolerance:
Misc:

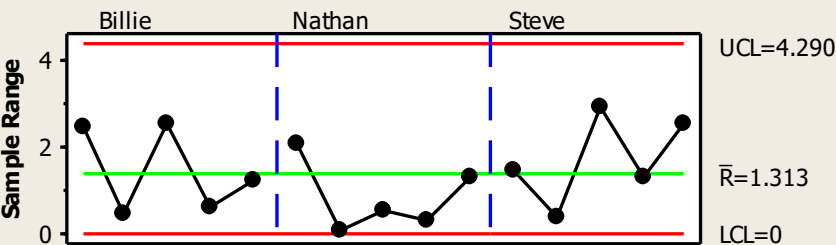
Components of Variation



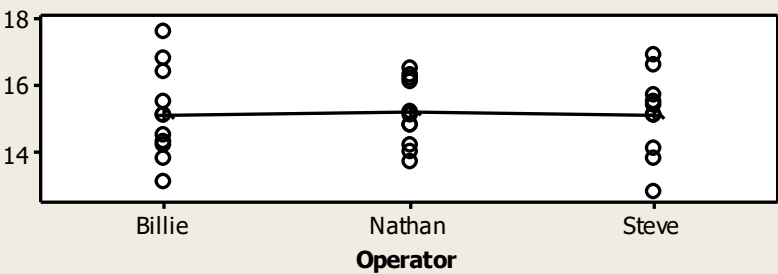
Response By Part (Operator)



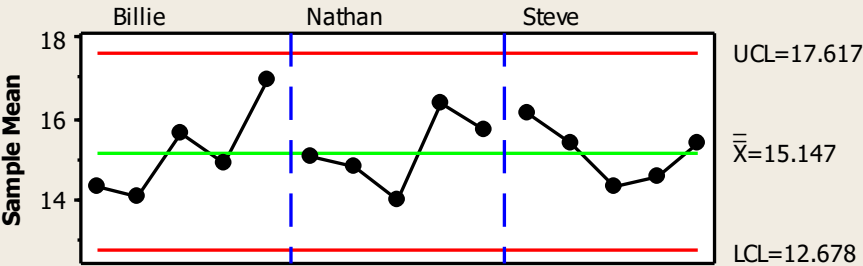
R Chart by Operator



Response by Operator



Xbar Chart by Operator



A mérőrendszer képességvizsgálata roncsolásos vizsgálatnál

J. de Mast és A. Trip: Gauge R&R Studies for Destructive Measurements, J. Quality Technology, 37, 40-49 (2005) nyomán

Nem lehet ismételni (vagy időben nem stabil)

Példák:

- szakító- vagy törőszilárdság
- folyadék nyomása a távvezetékben (maga a nyomás ingadozik)
- katapult lövési távolsága (nem lehet ugyanazt a lövést ismételten mérni)

Vagyis nemcsak roncsolásosról van szó!

1. Homogén objektumok

Ha nem is minden példány egyforma, ki lehet választani közel egyformákat, és az azokon elvégzett mérés olyan, mint az ismételés

2. Helyettesítő objektumok

Lehet egyformább anyag (objektum), a cél-objektum helyett mérjük azt

Lövési távolság video-felvételen

Referencia-darabok mérése: a torzításról is kapunk információt.

3. Korrigálható heterogenitás (ez lesz a példánk)

Függvény szerinti térbeli (vagy darabról darabra) változás korrekcióba vehető

4. Összehasonlítás nem-destruktív módszerrel

Pl. rétegvastagság mérhető lézer-optikai módszerrel, de az a készülék nem vihető a valóságos helyszínre: megmérjük mindkét módszerrel, a nem-destruktív a vonatkozás.

$$\sigma_{R\&R}^2 + \sigma_P^2$$

5. Összehasonlítás hibamentes destruktív módszerrel

Pl. két részre osztjuk a mintát,
a hibamentes módszerrel σ_P ,
a destruktívval

$$\sigma_{R\&R}^2 + \sigma_P^2$$

6. Korrigálható időbeli változás

ha a mérendő mennyiség változik az időben

Függvény szerinti időbeli változás korrekcióba vehető,
ellenőrző kártya

4. példa

Fóliák abszorpcióját mérjük, nincs lehetőség ismételésre.

3 operátor 3 nap 25-25 fóliát mér, a kereszt-osztályozás (esetünkben $3 \times 3 \times 25 = 9 \times 25 = 225$) kísérletet igényelne.

Takarékos kivitel:

	Day1	Day2	Day3
Operator A	S1	S4	S5
Operator B	S2		
Operator C	S3		

Mielőtt hozzákezdünk a feladat megoldásához, elevenítsük föl a hagyományos Gage R&R modelljét!

Kereszt-osztályozás két véletlen faktor szerint (**emlékeztető**)

Modell

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{k(ij)}$$

part oper kölcsönhatás ismétlési hiba

$$\alpha_i \sim N(0, \sigma_A^2)$$

$$\beta_j \sim N(0, \sigma_B^2)$$

$$\alpha\beta_{ij} \sim N(0, \sigma_{AB}^2)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma_e^2)$$

függetlenek!

$i=1, \dots, r; \quad j=1, \dots, q; \quad k=1, \dots, p$ (ismétlés)

Ha a függetlenség és normális eloszlás (és azonos variancia) nem teljesül, a következtetések nem lesznek érvényesek.

A modell kiterjesztése: minden operátor másik darabokat mér

$$y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \boxed{\beta_{j(i)}} + \delta_k + \alpha\delta_{ki} + \boxed{\beta\delta_{jk(i)}} + \varepsilon$$

Operator Part(Operator) Date Operator*Date Part(Operator)*Date

$$\frac{P}{V} = \frac{\hat{\sigma}_{\text{R\&R}}}{\hat{\sigma}_{\text{total}}}$$

$$\frac{P}{T} = \frac{6\hat{\sigma}_{\text{R\&R}}}{USL - LSL}.$$

A teljes modellből a P/V és P/T számításához szükségünk lenne minden tagra, de a Part egyes szintjeihez nincs y érték, a bejelölt tagok nem értékelhetők ki.

Ami marad:

$$y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \delta_k + \alpha\delta_{ki} + \varepsilon$$

Miért „Nested” a neve?

$$y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_{j(i)} + \delta_k + \alpha\delta_{ki} + \beta\delta_{jk(i)} + \varepsilon$$

Egyes részek kereszt-osztályozásban vannak, mások hierarchikusban

Ha csak a kereszt-osztályozásos részt nézzük:

$$y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \delta_k + \alpha\delta_{ki} + \varepsilon' \quad \text{Ez az } \varepsilon' \text{ más, benne vannak a Part tagok is}$$

Ráadásul a Date és az Operator faktorokra sincs teljes tervünk (a kereszt-osztályozáshoz), ezért csak egy faktorra (Date vagy Operator, vagy a kettő kombinációja) értékelhetjük ki, minden más hatás az epszilonban van.

A statisztikai programokban (Minitab, JMP) Nested design-nak nevezett módszer a vizsgálható faktorok szempontjából egyetlen faktor szerint varianciaanalízis. Azért nevezik (félreérthető módon) beágyazottnak, mert a kísérleti tervben az operátor egy-egy szintjéhez jelölnek ki darabokat, tehát a darab az operátor egy-egy szintjéhez tartozik, azon belül értelmezendő, vagyis „nested”.

A varianciaanalízis végrehajtása során nem így épül föl a modell, a darab faktor nem szerepel a felsorolásban, nem is vizsgálhatók a részei, és az ismétlési hibában jelenik meg, pedig eszünkbe se jutna, hogy ott keressük.

Aszerint, hogy hogy vesszük az egyetlen faktort,
három opció van a kétfaktoros nem-teljes terv elemzésére:
Date (fölső háromszög, 3 cella (3 szint), $df=2$, $3*25$ adat)
Operator (bal háromszög, 3 cella (3 szint), $df=2$, $3*25$ adat)
Series (mind az 5 cella, vagyis 5 szint, $df=4$, $5*25$ adat),
ennek a legnagyobb az információtartalma, df miatt

	Day1	Day2	Day3
Operator A	S1	S4	S5
Operator B	S2		
Operator C	S3		

Feldolgozás egy operátorra (Date a faktor)

Effect	Univariate Tests of Significance for Absorption [g/cm2] (DKDOHA) Over-parameterized model Type I decomposition; Std. Error of Estimate: 0.0248							
	Effect (F/R)	SS	Degr. of Freedom	MS	Den.Syn. Error df	Den.Syn. Error MS	F	p
Intercept	Fixed	31.01297	1	31.01297	2	0.000490	63352.03	0.000016
Date	Random	0.00098	2	0.00049	72	0.000616	0.80	0.455402
Error		0.04432	72	0.00062				

Effect	Components of Variance (DKDOHA) Over-parameterized model Type I decomposition	
	Absorption [g/cm2]	
Date		-0.000005
Error		0.000616

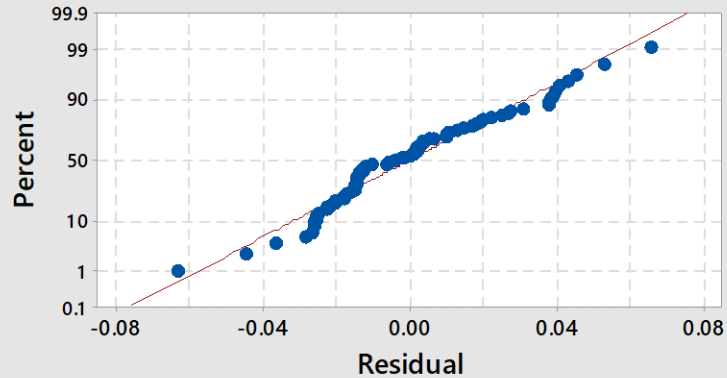
Minthogy a napok közötti különbség varianciája negatívnak adódik, a program zérusra igazítja, tehát csak az Error tag marad a (0.000612).

REML (Stat>Variance Estimation and Prediction):

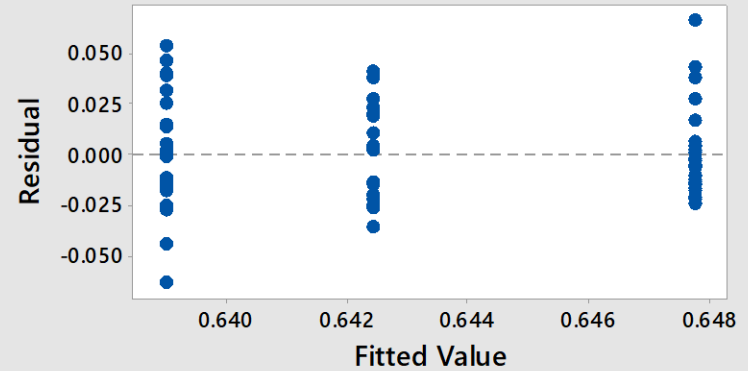
Effect	Restricted Maximum Likelihood Estimates (DKDOHA) Variable: Absorption [g/cm2] -2*Log(Likelihood)=-337.48491					
	Variance Absorption	Standard Error	df	z Value	Lower 95.0000%	Upper 95.0000%
Date	0.000000					
Error	0.000612	0.000101	74.00000	6.082763	0.000454	0.000869

Residual Plots for Absorption [g/cm²]

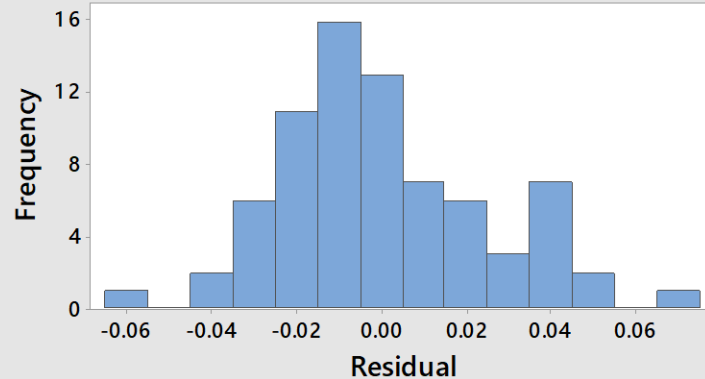
Normal Probability Plot



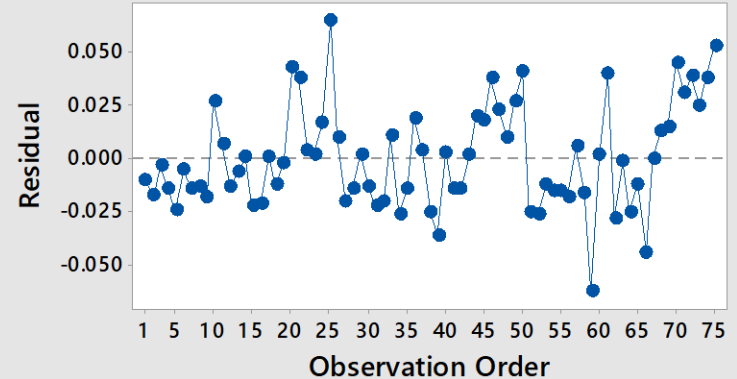
Versus Fits



Histogram



Versus Order



A reziduum-ábrára azért van szükség, hogy az elemzés statisztikai feltételeit ellenőrizhessük.

Az ismételhetőségre nem kapunk információt, mivel minden mérést csak egyszer végeztek el, tehát az ismételhetőségi variancia becslése szükségképpen zérus. Ez nem jelenti, hogy az ismétlésnek ne lenne bizonytalansága, csak nem kapunk rá becslést: a Gage R&R-ban ez a komponens zérus.

Tehát a statisztikai programokban (Minitab, JMP) Nested design-nak nevezett módszer egyetlen faktor szerint varianciaanalízis.

Aszerint, hogy hogy vesszük az egyetlen faktort, **három opció** van a kétfaktoros nem-teljes terv elemzésére.

Azért nevezik (félreérthető módon) beágyazottnak (nested), mert a kísérleti tervben az operátor egy-egy szintjéhez jelölnek ki darabokat, tehát a darab az operátor egy-egy szintjéhez tartozik, azon belül értelmezendő, vagyis „nested”.

Ezt fogalmazza úgy de Mast, hogy ugyan hierarchikus a terv, de ez nem jelenik meg a kiértékelésben.

Effect	Univariate Tests of Significance for Absorption [g/cm2] (DKDOHA) Over-parameterized model Type I decomposition; Std. Error of Estimate: 0.0248							
	Effect (F/R)	SS	Degr. of Freedom	MS	Den.Syn. Error df	Den.Syn. Error MS	F	p
Intercept	Fixed	31.01297	1	31.01297	2	0.000490	63352.03	0.000016
Date	Random	0.00095	2	0.000475	72	0.000616	0.80	0.455402
Error		0.04432	72	0.000616				

Date

Effect	Components of Variance (DKDOHA) Over-parameterized model Type I decomposition	
	Absorption [g/cm2]	
Date	-0.000005	
Error	0.000616	

	Day1	Day 2	Day 3
Operator A	S1	S4	S5
Operator B	S2		
Operator C	S3		

Minthogy a napok közötti különbség varianciája negatívnak adódik, a program zérusra igazítja, tehát csak az Error tag marad a variancia becslésében, A REML módszer (Stat>Variance Estimation and Prediction) bizonyos értelemben jobb, de a Date-ra nem ad több információt:

Effect	Restricted Maximum Likelihood Estimates (DKDOHA) Variable: Absorption [g/cm2] -2*Log(Likelihood)=-337.48491					
	Variance Absorption	Standard Error	df	z Value	Lower 95.0000%	Upper 95.0000%
Date	0.000000					
Error	0.000612	0.000101	74.00000	6.082763	0.000454	0.000869

A kombinált számítás

Univariate Tests of Significance for Absorption [g/cm2] (oszlopokban) Over-parameterized model Type III decomposition; Std. Error of Estimate: 0.0244								
Effect	Effect (F/R)	SS	Degr. of Freedom	MS	Den.Syn. Error df	Den.Syn. Error MS	F	p
Intercept	Fixed	52.79615	1	52.79615	4	0.003986	13246.50	0.000000
series	Random	0.01594	4	0.003986	120	0.000594	6.71	0.000066
Error		0.07127	120	0.000594				

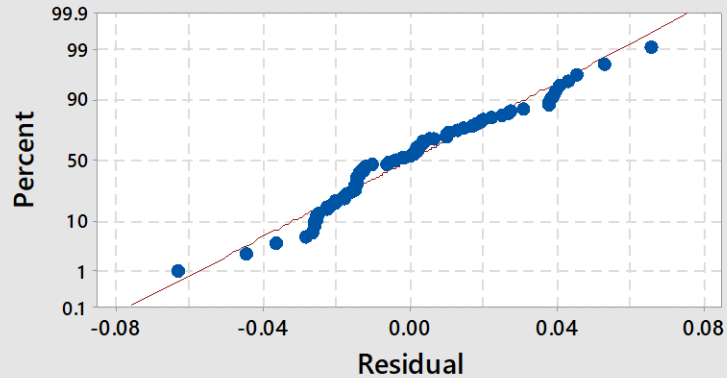
Components of Variance (oszlopokban) Over-parameterized model Type III decomposition	
Effect	Absorption [g/cm2]
series	0.000136
Error	0.000594

Restricted Maximum Likelihood Estimates (oszlopokban) Variable: Absorption [g/cm2] -2*Log(Likelihood)=-561.65093					
Effect	Variance Absorption	Standard Error	df	Lower 95.0000%	Upper 95.0000%
series	0.000136	0.000113	2.8945	0.000043	0.002034
Error	0.000594	0.000077	120.0000	0.000468	0.000778

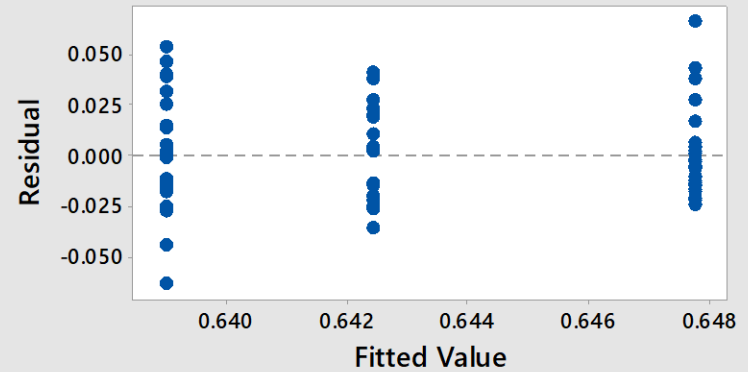
A nagyobb df miatt több az információ.

Residual Plots for Absorption [g/cm²]

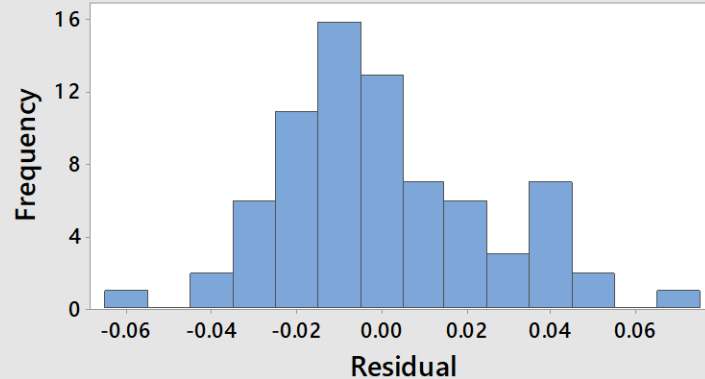
Normal Probability Plot



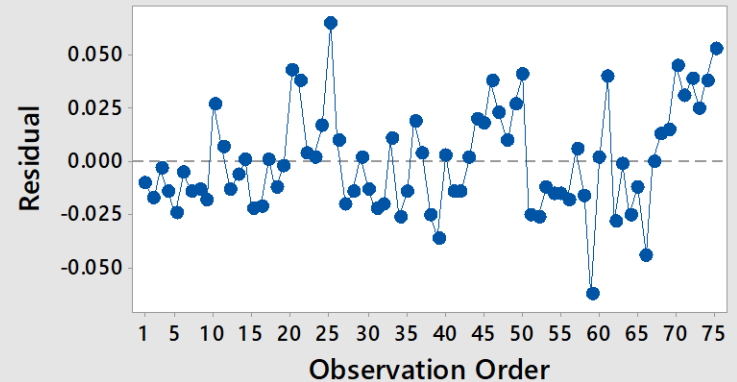
Versus Fits



Histogram



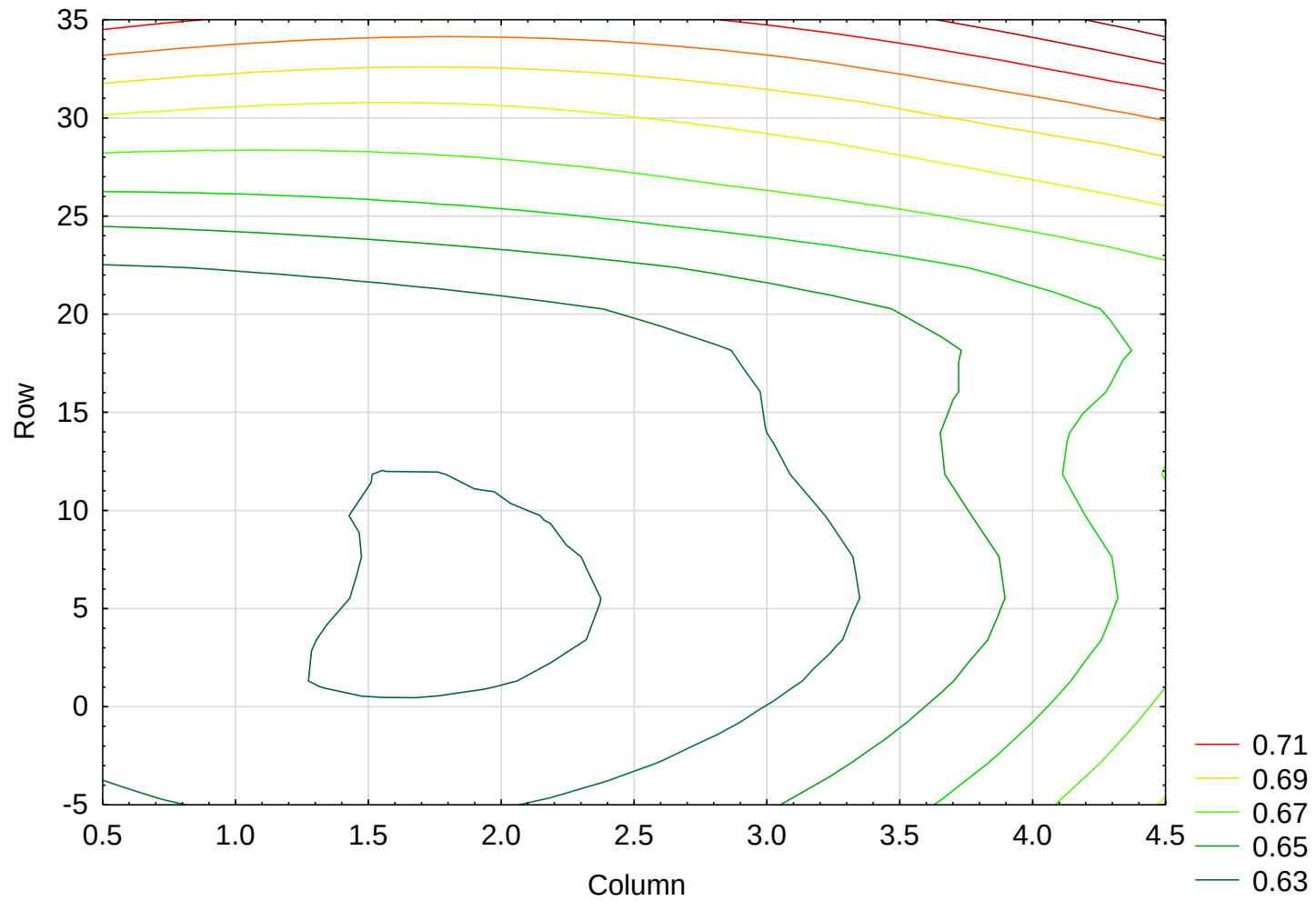
Versus Order



Az ismételhetőségre sem kapunk információt, mivel minden mérést csak egyszer végeztek el (a roncsolásos jelleg miatt), tehát az ismételhetőségi variancia becslése szükségképpen zérus. Ez nem jelenti, hogy az ismétlésnek ne lenne bizonytalansága, csak nem kapunk rá becslést: a Gage R&R-ban ez a komponens zérus.

5. példa: még mindig fólia abszorpciója

3D Contour Plot of Absorption [g/cm²] against Column and Row
Absorption [g/cm²] = Distance Weighted Least Squares

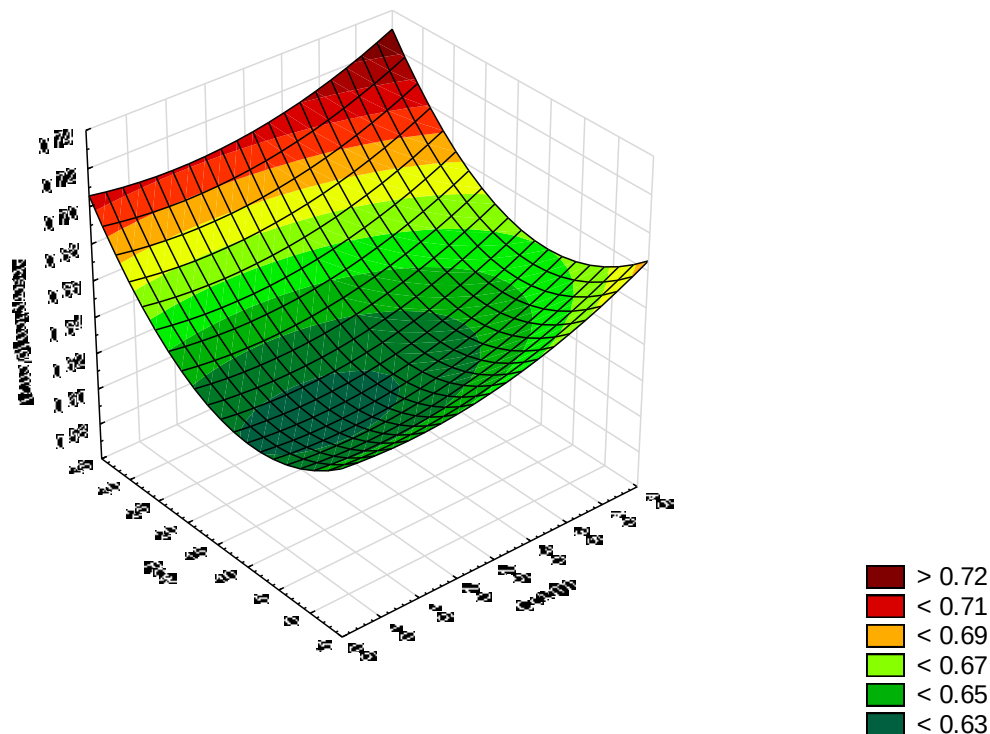


Effect	Parameter Estimates (oszlopokban) Sigma-restricted parameterization					
	Absorption [g/cm2] Param.	Absorption [g/cm2] Std.Err	Absorption [g/cm2] t	Absorption [g/cm2] p	-95.00% Cnf.Lmt	+95.00% Cnf.Lmt
Intercept	0.642098	0.012999	49.39441	0.000000	0.616358	0.667838
Column	-0.009067	0.009172	-0.98861	0.324857	-0.027228	0.009094
Column^2	0.003453	0.001723	2.00394	0.047348	0.000041	0.006864
Row	-0.001968	0.000890	-2.21134	0.028923	-0.003730	-0.000206
Row^2	0.000112	0.000023	4.88774	0.000003	0.000067	0.000157
Column*Row	-0.000062	0.000171	-0.36233	0.717747	-0.000400	0.000276

3D Surface Plot of Absorption [g/cm2] against Column and Row
oszlopokbanc 21v*125c

$$\text{Absorption [g/cm2]} = 0.6421 - 0.0091 \cdot x - 0.002 \cdot y + 0.0035 \cdot x^2 - 6.1881 \cdot 10^{-5} \cdot x \cdot y + 0.0001 \cdot y^2$$

másodfokú függvénnnyel



A darabok különböző fóliapozícióban vannak, transzformálni kell őket, hogy olyan adatokat kapjunk, hogy „mi lenne ha”

A korrigált mérési adatok $\text{corr} = \text{absorption} + 0.65 - \text{predicted}$ számolással jöttek létre, vagyis a mért abszorpció (g/cm^2) értékeket korrigáltam az illesztett függvénynek a 0.65-os átlagtól való eltéréseivel.

Ezzel az adatfile-lal végeztem el a GageR&R elemzést a korrigált abszorpcióra.

Az AIAG szerinti 6-os szorzóval számolva

Kölcsönhatás nélkül

Source (Expected MS)	Variance Components; Variable: corr (oszlopokbanc) Mean=.650000 Std.Dv=.189E-1 Operators: 5 Parts: 5 Trials: 5					
	Estimate Sigma	.90 Lower Conf.Lim	.90 Upper Conf.Lim	Estimate Variance	% of R & R	% of Total
Repeatability	0.014672	0.013255	0.016463	0.000215	60.1586	55.3070
Reproducibility	0.011940	0.007287	0.029102	0.000143	39.8414	36.6282
Interaction (OP)						
Part-to-Part	0.005603	0.002778	0.014757	0.000031		8.0648
Combined R & R	0.018917	0.016444	0.032519	0.000358	100.0000	91.9352
Total	0.019729			0.000389		100.0000

Source (Expected MS)	Percent Tolerance Analysis:corr Sigma intervals:6. (oszlopokbanc) Mean=.650000 Std.Dv=.189E-1 Operators: 5 Parts: 5 Trials: 5					
	Measrmnt Units	.90 Lowr Conf.Lim	.90 Uppr Conf.Lim	% Proc. Variatn	% Total Contrib.	% of Tolernce
Repeatability (Equipment Var.)	0.088032	0.079527	0.098778	74.3687	55.3070	29.7406
Reproducibility (Appraiser Var.)	0.071641	0.043721	0.174611	60.5213	36.6282	24.2029
Interaction (Operator x Part)						
Part Variation	0.033616	0.016668	0.088540	28.3985	8.0648	11.3568
Combined R & R	0.113499	0.098662	0.195115	95.8829	91.9352	38.3443
Total Process Variation	0.118373			100.0000	100.0000	39.9908
Tolerance	0.296000					100.0000

Source (Expected MS)	Variance Components; Variable: corr (oszlopokbanc) Mean=.650000 Std.Dv=.189E-1 Operators: 5 Parts: 5 Trials: 5					
	Estimatd Sigma	.90 Lowr Conf.Lim	.90 Uppr Conf.Lim	Estimatd Variance	% of R & R	% of Total
Repeatability	0.015444	0.013850	0.017495	0.000239	61.6490	56.2411
Operator	0.012181	0.006890	0.029677	0.000148	38.3510	34.9868
Interaction (OP)	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.0000	0.0000
Part-to-Part	0.006099	0.003241	0.015198	0.000037		8.7721
Combined R & R	0.019670	0.016302	0.032448	0.000387	100.0000	91.2279
Total	0.020594			0.000424		100.0000

Ha varianciában hasonlítjuk össze, 91% a mérése (alsó táblázat). Ha szórásban, 38% (főlső táblázat).

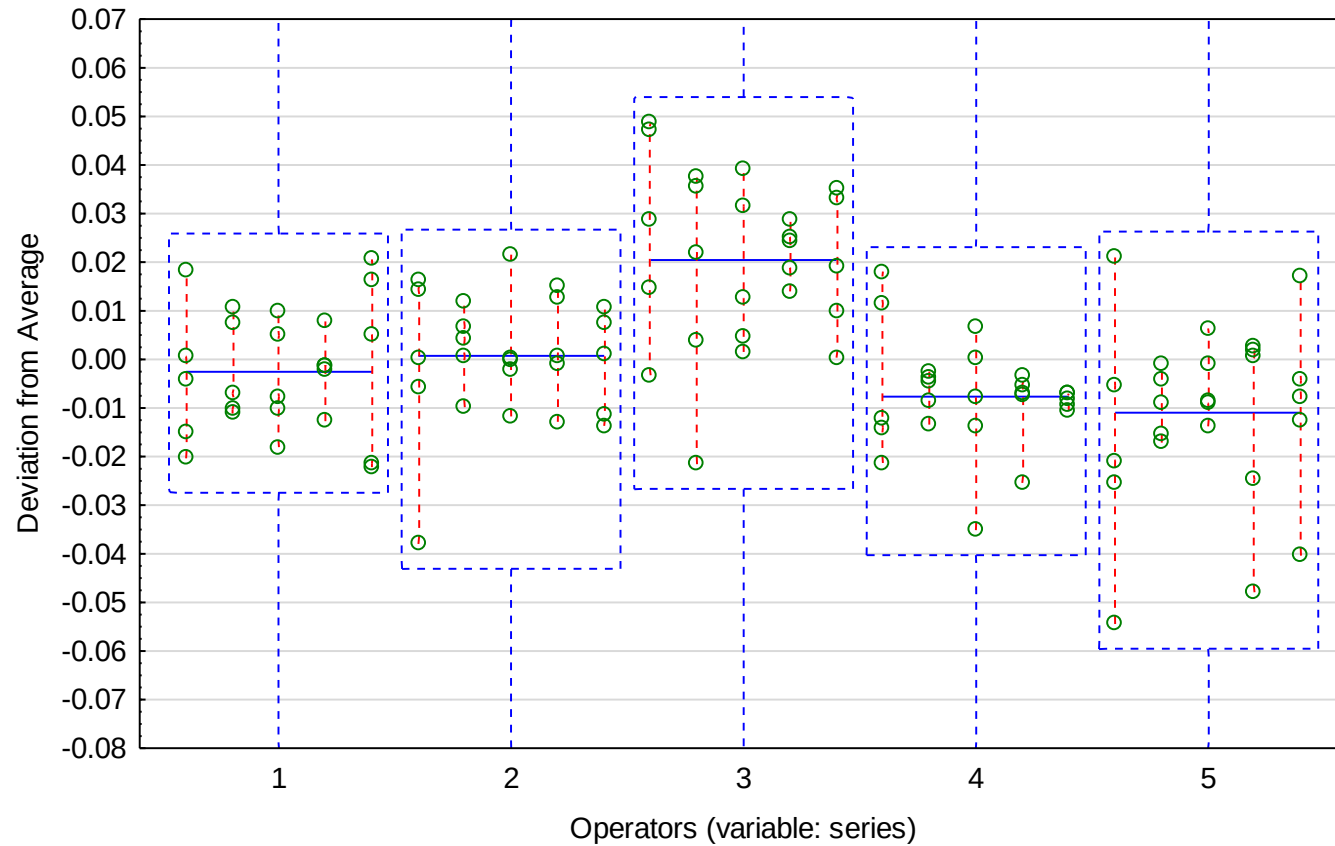
ASQ szerint elfogadhatatlan. Más szakmában?

Repeatability & Reproducibility Summary Plot

No. of Operators: 5 (variable: series)

No. of Parts: 5 (variable: sample55)

No. of Trials: 5 (variable: trial)

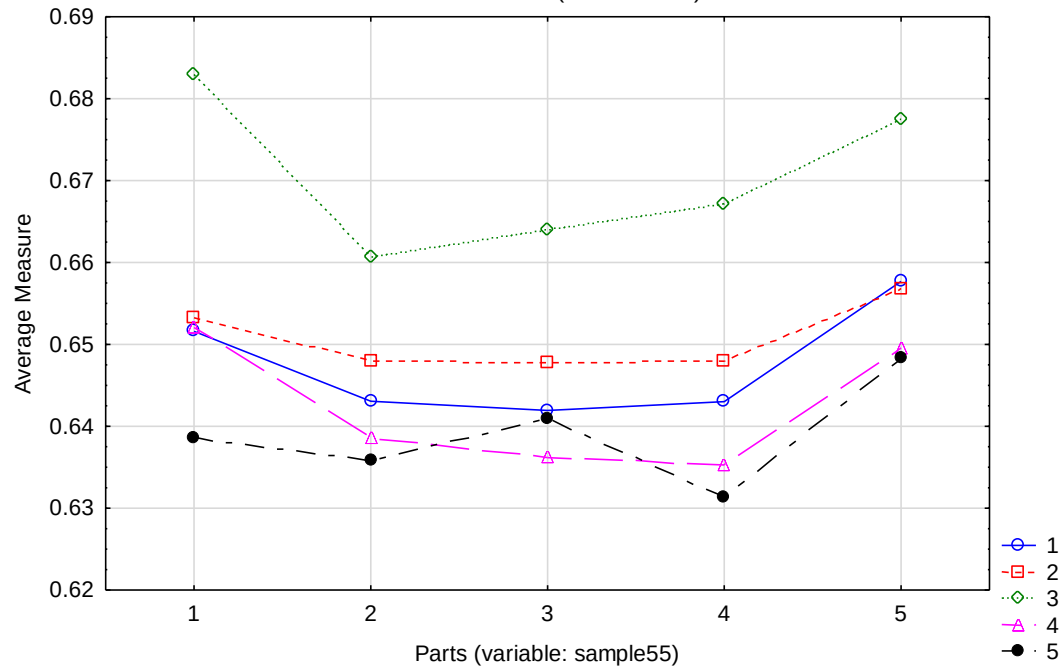


Plot of Average Measurements by Operator and Part

No. of Operators: 5 (variable: series)

No. of Parts: 5 (variable: sample55)

No. of Trials: 5 (variable: trial)



Hajmeresztő dolog következik: a korrigált (a felület átlaghoz számított) magasságához hasonlítom az inhomogenitás miatti korrekció nélkül számított eredményeket, hogy megtudjuk, az inhomogenitás mennyit változtat a látszólagos értékeken.

Hasonlítsuk ezt össze a korrekcióval kapott értékekkel!
Szórásnégyzet-alapon:

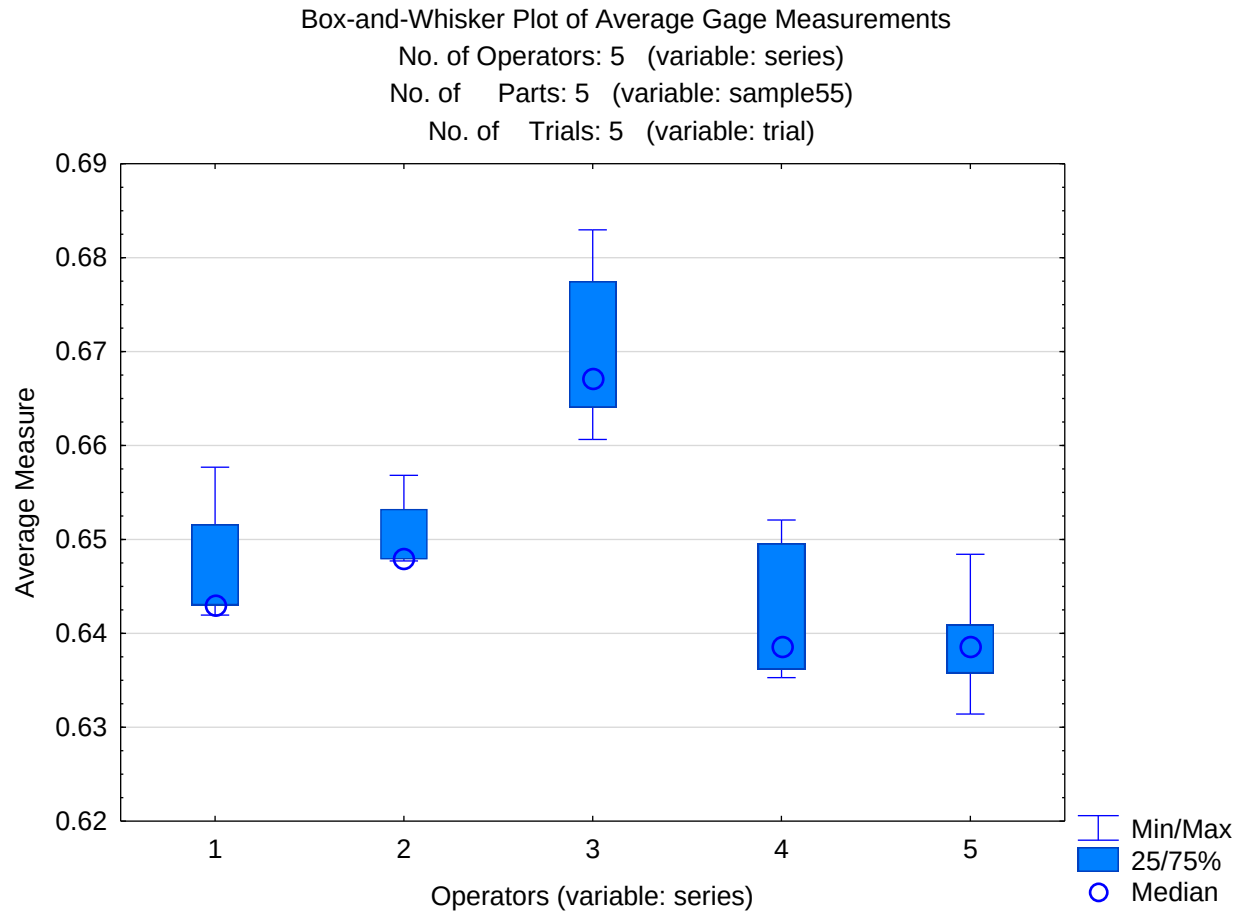
Source (Expected MS)	Variance Components; Variable: Absorption [g/cm2] (oszlopokbanc) Mean=.649899 Std.Dv=.265E-1 Operators: 5 Parts: 5 Trials: 5					
	Estimatd Sigma	.90 Lowr Conf.Lim	.90 Uppr Conf.Lim	Estimatd Variance	% of R & R	% of Total
Repeatability	0.023759	0.021463	0.026659	0.000564	80.4872	76.6238
Reproducibility	0.011698	0.006519	0.029659	0.000137	19.5128	18.5762
Interaction (OP)						
Part-to-Part	0.005946	0.001035	0.017473	0.000035		4.8000
Combined R & R	0.026482	0.024680	0.037936	0.000701	100.0000	95.2000
Total	0.027142			0.000737		100.0000

korrigálatlan

Source (Expected MS)	Variance Components; Variable: corr (oszlopokbanc) Mean=.650000 Std.Dv=.189E-1 Operators: 5 Parts: 5 Trials: 5					
	Estimatd Sigma	.90 Lowr Conf.Lim	.90 Uppr Conf.Lim	Estimatd Variance	% of R & R	% of Total
Repeatability	0.015444	0.013850	0.017495	0.000239	61.6490	56.2411
Operator	0.012181	0.006890	0.029677	0.000148	38.3510	34.9868
Interaction (OP)	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.0000	0.0000
Part-to-Part	0.006099	0.003241	0.015198	0.000037		8.7721
Combined R & R	0.019670	0.016302	0.032448	0.000387	100.0000	91.2279
Total	0.020594			0.000424		100.0000

korrigált

A kombinált R&R variancia 0.0007-ről 0.0004 alá csökken, vagyis majdnem felére, a korrekció eredményeképpen. Ez nem változtatja meg azt az alapvető képet, hogy a mérés hibája a domináns, nem a darabok közötti különbség.

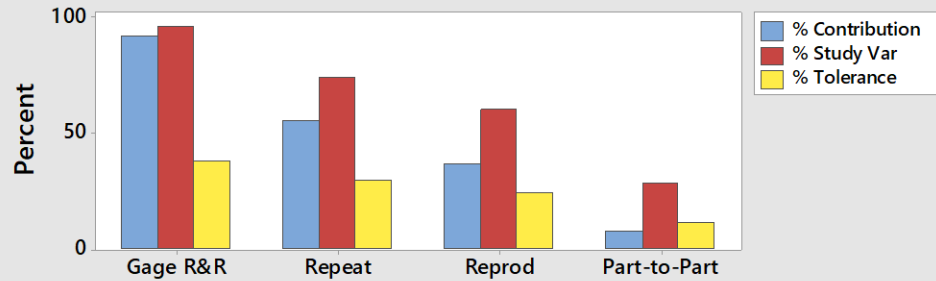


Gage R&R (ANOVA) Report for corr

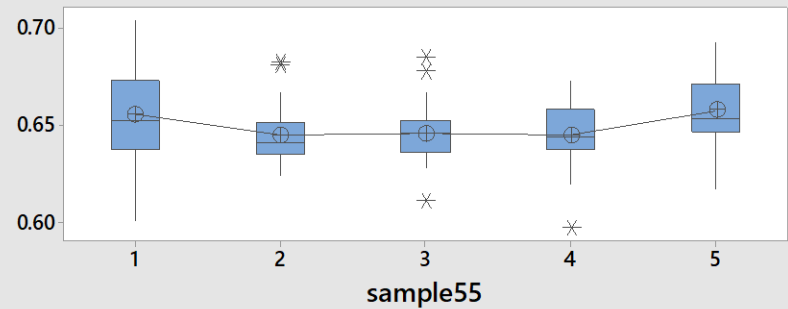
Gage name:
Date of study:

Reported by:
Tolerance:
Misc:

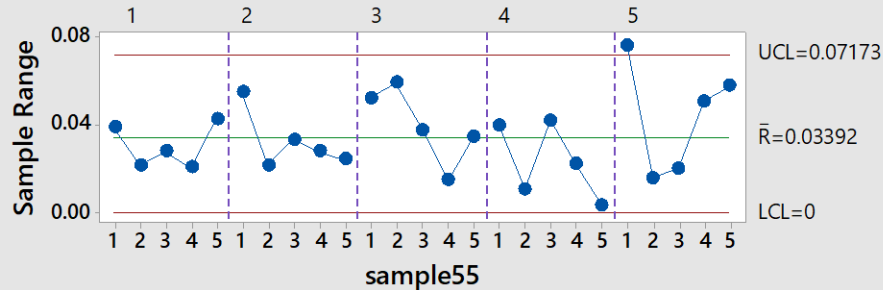
Components of Variation



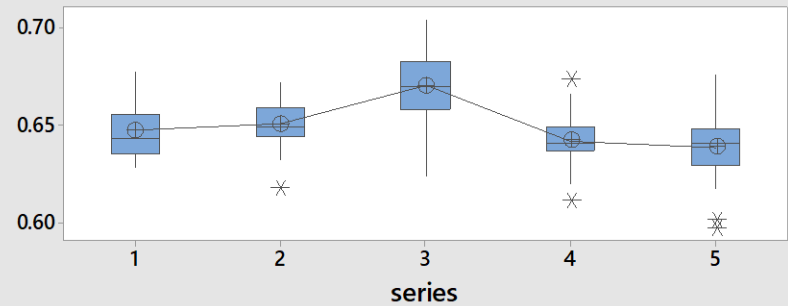
corr by sample55



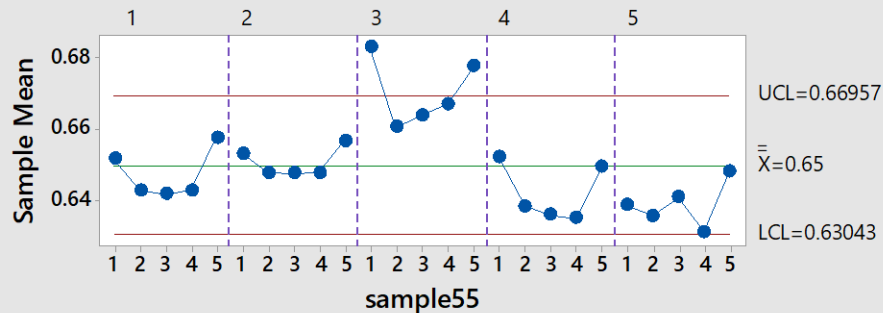
R Chart by series



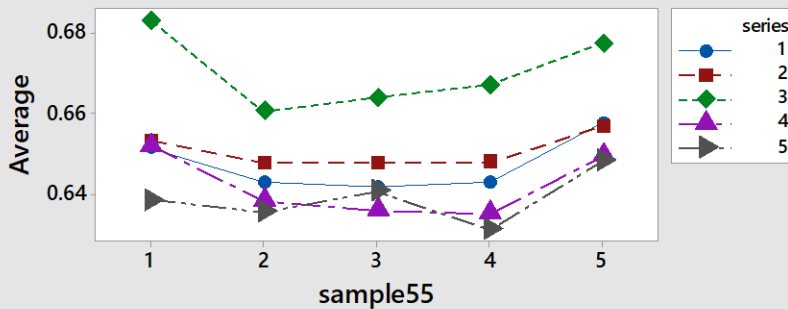
corr by series



Xbar Chart by series



sample55 * series Interaction



Összefoglaló

Az EOQ MNB Hat Sigma, Lean és Statisztikai Módszerek Szakbizottsága online ülésén (2024 október 17) előadást tartott Dr.Kemény Sándor egyetemi tanár, melynek címe: „Keverékeloszlások kezelése”. Az előadás bevezető részében szó esett a kevert eloszlások keletkezésének körülményeiről, konfidencia- és tolerancia-tartományáról, minőségképességi indexekről (Cp, Pp) és az ezekhez kapcsolódó helytelen értelmezésekről. Ampulla töltés példáján keresztül bemutatásra került a keverékeloszlás megközelítése empirikus eloszlás segítségével. A nyolcfejű mustáradagoló gép példája megmutatta, hogy nem egy 8 elemű mintáról, hanem egy keverék eloszlásról van szó.

A következőkben a mérési mérőrendszer értékelése volt. Ennek bevezetése érdekében szó esett a mérések pontosságáról (torzítatlanság), majd a mért ingadozás felbontása és a mérőrendszer értékelése került tárgyalásra. Az előadó rámutatott, hogy a két célt – a folyamat szórásának számszerűsítése és a termék ellenőrzés-képesség meghatározása – érdekében két összehasonlítást használnak: a mérőrendszerképesség összehasonlítása a folyamatképességgel, valamint a tűrésmezővel. Ehhez felhasználják az ingadozások szórását (AIAG R&R vizsgálat) és a varianciáját (az utóbbi statisztikai szempontból megalapozottabb). A következőkben a varianciaanalízisben használatos rögzített és véletlen faktor különbségére mutatott rá az előadó. A részletes példa - fólia abszorpciója – olyan esetet mutatott be, ahol a mérés nem ismételhető (roncsolásos vizsgálat). Először három operátor végzett méréseket, melyek értékelésekor kiderült, hogy igen kicsik az eltérések várható értékben és szórásban, ezért az ismétlés szórásával nem érdemes foglalkozni. Az előadó szólt a roncsolásos és a roncsolás jellegű kísérletekről, melyeket az ismert szoftverek (pl. Minitab, JMP) beágyazott (nested) varianciaanalízissel kezelnek. Az előadás kihangsúlyozta a reziduumok vizsgálatának fontosságát a statisztikai feltételek ellenőrzésében. A felhozott példában korrigálható heterogenitásról volt szó, ahol a darabról darabra történő változást függvényben lehetett foglalni és így lehetővé vált az eredmény korrigálása. Az előadás során bemutatásra került, hogy a korrigálással előnyös módon javult a mérőrendszer megítélése. Verről grafikus ábrák alátámasztották a numerikus elemzések eredményét.

A tanácskozás során a jelenlévők gratuláltak Kemény professzor úrnak abból az alkalomból, hogy 55 éve tanít a Budapesti Műszaki Egyetemen.